Prof. Amador Martin-Pizarro — Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Dr. Daniel Palacin — Wintersemester 2018/2019

Bewertete Körper
Blatt 10
Abgabe: 21.01.2019

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**
Sei R ein Integritätsbereich mit Quotientenkörper K. Gegeben S der ganze Abschluß von R in einer algebraischen Erweiterung L von K, zeige, dass jedes Element aus L sich als $\frac{a}{b}$, wobei a in S und b in R liegen, schreiben läßt. Insbesondere ist L der Quotientenkörper von S.

Aufgabe 2 (16 Punkte)**.**
Sei $p \neq 2$ eine Primzahl.

(a) Zeige, dass ein Element α von $\mathbb{Q}_p^*$ genau dann eine Einheit in $\mathbb{Z}_p$ ist, wenn α eine m-te Wurzel in $\mathbb{Q}_p^*$ für jedes m relativ prim zu $p(p-1)$ besitzt.

(b) Zeige mit Hilfe des henselschen Lemmas, dass $1 + px^2$ ein Quadrat in $\mathbb{Z}_p$ ist, für jedes x in $\mathbb{Z}_p$.

(c) Zeige, dass $1 + px^2$ kein Quadrat in $\mathbb{Q}_p$ ist, wenn x nicht in $\mathbb{Z}_p$ liegt.

(d) Jeder Körperautomorphismus σ von $\mathbb{Q}_p$ fixiert $\mathbb{Q}$ punktweise.

(e) Schließe daraus, dass jeder Körperautomorphismus von $\mathbb{Q}_p$ die Menge $\mathbb{Z}_p$ in sich abbildet.

(f) Zeige, dass jeder Körperautomorphismus von $\mathbb{Q}_p$ stetig ist.

(g) Beschreibe alle Körperautomorphismen von $\mathbb{Q}_p$.

(h) Beschreibe alle Körperautomorphismen von $\mathbb{R}$.

Abgabe der Übungsblätter in den Briefkasten 3.29 im UG der Ernst-Zermelo-Strasse 1. Die Übungsblätter müssen bis 10 Uhr am jeweils angegebenen Abgabedatum eingeworfen werden.